



**МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ШКОЛЬНИКОВ ИМЕНИ И.Я. ВЕРЧЕНКО ПО ПРОФИЛЮ
«КОМПЬЮТЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ»
(2023/2024 УЧЕБНЫЙ ГОД)**

**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
8-10 КЛАССЫ**

СОДЕРЖАНИЕ

Задача 1. Компьютерная игра.....	2
Задача 2. Планировщик.....	6
Задача 3. Хеш-пароль.....	11
Задача 4. Номер телефона.....	14
Задача 5. Скидка.....	16

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОГО ЭТАПА

Задача 1. Компьютерная игра

Вариант 1

В компьютерной игре общий рейтинг команды определяется набором персонажей и их влиянием друг на друга. Каждый персонаж может влиять на рейтинг команды как положительно, так и отрицательно. Для вычисления общекомандного рейтинга необходимо учесть взаимные веса всех возможных пар персонажей внутри команды.

Например, рассмотрим таблицу взаимных весов персонажей.

	Персонаж 1	Персонаж 2	Персонаж 3	Персонаж 4
Персонаж 1			+5	+2
Персонаж 2	-3		+1	-4
Персонаж 3	+5	+1		-6
Персонаж 4	+2	-4	-6	

Если команда состоит из двух персонажей, то наибольший рейтинг будет равен 5 у команды, состоящей из Персонажа 1 и Персонажа 3.

Если в команду будут входить Персонаж 1 (П1), Персонаж 2 (П2) и Персонаж 3 (П3), то общекомандный рейтинг будет равен сумме рейтингов всех пар персонажей команды: (П1-П2), (П1-П3), (П2-П3):

$$-3 + 5 + 1 = 3.$$

На основе таблицы взаимных весов персонажей определите команду из трех персонажей, которая будет иметь **НАИБОЛЬШИЙ** общекомандный рейтинг. В ответе укажите имена персонажей и значение общекомандного рейтинга.

	Странник	Дракон	Эльф	Титан	Воин	Король	Ведьма	Старец	Волшебница	Рыцарь
Странник		-17	+2	-10	+13	-4	-5	-4	+6	-1
Дракон	-17		+11	+4	+3	+15	+7	-2	-5	+8
Эльф	+2	+11		-4	-19	+5	-10	+1	+14	-2
Титан	-10	+4	-4		+4	+7	+15	-3	-5	+12
Воин	+13	+3	-19	+4		+9	+10	+6	-9	+4
Король	-4	+15	+5	+7	+9		-5	-2	+3	-7
Ведьма	-5	+7	-10	+15	+10	-5		+3	+10	+4
Старец	-4	-2	+1	-3	+6	-2	+3		-1	-8
Волшебница	+6	-5	+14	-5	-9	+3	+10	-1		+6
Рыцарь	-1	+8	-2	+12	+4	-7	+4	-8	+6	

Решение

Необходимо перебрать все возможные комбинации из трех персонажей (их всего 120). Для каждой посчитать общий рейтинг и найти команду с максимальным рейтингом.

Для упрощения поиска можно написать программу, перебирающую все возможные комбинации и выводящую максимальное значение рейтинга на экран.

Листинг на языке C++	Листинг на языке Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int A[10][10]={</pre>	<pre>A = [[0, -17, 2, -10, 13, -4, -5, -4, 6, -1], [-17, 0, 11, 4, 3, 15, 7, -2, -5, 8], [2, 11, 0, -4, -19, 5, -10, 1, 14, -2], [-10, 4, -4, 0, 4, 7, 15, -3, -5, 12], [13, 3, -19, 4, 0, 9, 10, 6, -9, 4], [-4, 15, 5, 7, 9, 0, -5, -2, 3, -7],</pre>

<pre> {0,-17,2,-10,13,-4,-5,-4,6,-1}, {-17,0,11,4,3,15,7,-2,-5,8}, {2,11,0,-4,-19,5,-10,1,14,-2}, {-10,4,-4,0,4,7,15,-3,-5,12}, {13,3,-19,4,0,9,10,6,-9,4}, {-4,15,5,7,9,0,-5,-2,3,-7}, {-5,7,-10,15,10,-5,0,3,10,4}, {-4,-2,1,-3,6,-2,3,0,-1,-8}, {6,-5,14,-5,-9,3,10,-1,0,6}, {-1,8,-2,12,4,-7,4,-8,6,0} }; int sumMax=-100, sum, p1,p2,p3; for (int i=0; i<10; i++) for (int j=0; j<10; j++) for (int k=0;k<10;k++) if ((i!=j) && (i!=k) && (j!=k)) { sum=A[i][j]+A[i][k]+A[j][k]; if (sum > sumMax) { sumMax = sum; p1 = i + 1; p2 = j + 1; p3 = k + 1; } } } cout << "Сумма " << sumMax << "\nПерсонажи " << p1 << ", " << p2 << ", " << p3; } </pre>	<pre> [-5,7,-10,15,10,-5,0,3,10,4], [-4,-2,1,-3,6,-2,3,0,-1,-8], [6,-5,14,-5,-9,3,10,-1,0,6], [-1,8,-2,12,4,-7,4,-8,6,0]] sumMax = -100 p1, p2, p3 = 0, 0, 0 for i in range(10): for j in range(10): for k in range(10): if i!=j and i!=k and j!=k: sum=A[i][j]+A[i][k]+A[j][k] if sum > sumMax: sumMax = sum p1 = i + 1 p2 = j + 1 p3 = k + 1 print(f"Сумма {sumMax}") print(f"Персонажи {p1}, {p2}, {p3}") </pre>
--	---

Результат выполнения программы:

Сумма 31

Персонажи 2, 3, 6

Ответ: **1. Максимальная сумма – 31**
 2. Персонажи: Дракон, Эльф и Король

Вариант 2

В компьютерной игре общий рейтинг команды определяется набором персонажей и их влиянием друг на друга. Каждый персонаж может влиять на рейтинг команды как положительно, так и отрицательно. Для вычисления общекомандного рейтинга необходимо учесть взаимные веса всех возможных пар персонажей внутри команды.

Например, рассмотрим таблицу взаимных весов персонажей.

	Персонаж 1	Персонаж 2	Персонаж 3	Персонаж 4
Персонаж 1		-3	+5	+2
Персонаж 2	-3		+1	-4
Персонаж 3	+5	+1		-6
Персонаж 4	+2	-4	-6	

Если команда состоит из двух персонажей, то наибольший рейтинг будет равен 5 у команды, состоящей из Персонажа 1 и Персонажа 3.

Если в команду будут входить Персонаж 1 (П1), Персонаж 2 (П2) и Персонаж 3 (П3), то общекомандный рейтинг будет равен сумме рейтингов всех пар персонажей команды: (П1-П2), (П1-П3), (П2-П3):

$$-3 + 5 + 1 = 3.$$

На основе таблицы взаимных весов персонажей определите команду из трех персонажей, которая будет иметь **НАИМЕНЬШИЙ** общекомандный рейтинг. В ответе укажите имена персонажей и значение общекомандного рейтинга.

	Странник	Дракон	Эльф	Титан	Воин	Король	Ведьма	Старец	Волшебница	Рыцарь
Странник		+15	+13	-11	-4	+2	-12	-17	-12	+9
Дракон	+15		-4	-6	-10	+15	-13	-9	-14	-5
Эльф	+13	-4		-20	-1	-1	-11	-18	+2	-18
Титан	-11	-6	-20		-3	-8	+7	+4	+6	+1
Воин	-4	-10	-1	-3		+7	+6	-10	-2	-9
Король	+2	+15	-1	-8	+7		+19	+11	+8	+5
Ведьма	-12	-13	-11	+7	+6	+19		+18	-12	-13
Старец	-17	-9	-18	+4	-10	+11	+18		+16	+14
Волшебница	-12	-14	+2	+6	-2	+8	-12	+16		-16
Рыцарь	+9	-5	-18	+1	-9	+5	-13	+14	-16	

Решение

Необходимо перебрать все возможные комбинации из трех персонажей (их всего 120). Для каждой посчитать общий рейтинг и найти команду с максимальным рейтингом.

Для упрощения поиска можно написать программу, перебирающую все возможные комбинации и выводящую максимальное значение рейтинга на экран.

Листинг на языке C++	Листинг на языке Python
<pre>#include <iostream> using namespace std; int main() { int A[10][10]={ {0,15,13,-11,-4,2,-12,-17,-12,9}, {15,0,-4,-6,-10,15,-13,-9,-14,-5}, {13,-4,0,-20,-1,-1,-11,-18,2,-18}, {-11,-6,-20,0,-3,-8,7,4,6,1}, {-4,-10,-1,-3,0,7,6,-10,-2,-9}, {2,15,-1,-8,7,0,19,11,8,5}, {-12,-13,-11,7,6,19,0,18,-12,-13}, {-17,-9,-18,4,-10,11,18,0,16,14}, {-12,-14,2,6,-2,8,-12,16,0,-16}, {9,-5,-18,1,-9,5,-13,14,-16,0} }; int sumMin=100, sum, p1,p2,p3; for (int i=0; i<10; i++) for (int j=0; j<10; j++) for (int k=0; k<10; k++) if ((i!=j) && (i!=k) && (j!=k)) { sum=A[i][j]+A[i][k]+A[j][k]; if (sum < sumMin) { sumMin = sum; p1 = i + 1; p2 = j + 1; p3 = k + 1; } } }</pre>	<pre>A = [[0,15,13,-11,-4,2,-12,-17,-12,9], [15,0,-4,-6,-10,15,-13,-9,-14,-5], [13,-4,0,-20,-1,-1,-11,-18,2,-18], [-11,-6,-20,0,-3,-8,7,4,6,1], [-4,-10,-1,-3,0,7,6,-10,-2,-9], [2,15,-1,-8,7,0,19,11,8,5], [-12,-13,-11,7,6,19,0,18,-12,-13], [-17,-9,-18,4,-10,11,18,0,16,14], [-12,-14,2,6,-2,8,-12,16,0,-16], [9,-5,-18,1,-9,5,-13,14,-16,0]] sumMin = 100 p1, p2, p3 = 0, 0, 0 for i in range(10): for j in range(10): for k in range(10): if i!=j and i!=k and j!=k: sum=A[i][j]+A[i][k]+A[j][k] if sum < sumMin: sumMin = sum p1 = i + 1 p2 = j + 1 p3 = k + 1 print(f"Сумма {sumMin}") print(f"Персонажи {p1}, {p2}, {p3}")</pre>

<pre> } } cout << "Сумма " << sumMin << "\nПерсонажи " << p1 << ", " << p2 << ", " << p3; }</pre>	
--	--

Результат выполнения программы:

Сумма -42

Персонажи 3, 7, 10

Ответ:

- 1. Минимальная сумма – -42**
- 2. Персонажи: Эльф, Ведьма и Рыцарь**

Задача 2. Планировщик

Вариант 1

В операционной системе планировщик формирует очередь выполнения задач по ближайшему времени завершения. В первую очередь запускается задача, на выполнение которой требуется меньше всего времени, а самые длительные задачи выполняются в последнюю очередь. Задачи из очереди могут запускаться одновременно при условии, что общая нагрузка ЦП не будет превышать 90% ($\leq 90\%$). Если следующая из очереди задача не может быть запущена из-за загрузки ЦП, она не может быть пропущена. Она сможет запуститься только после завершения предыдущих задач и снижения нагрузки на ЦП.

В таблице представлен список всех запланированных задач со сроком выполнения (в формате минуты:секунды) и нагрузкой на ЦП (в процентах).

№ задачи	Время выполнения	Загрузка ЦП
1	03:20	40
2	02:15	50
3	05:24	70
4	01:15	20
5	09:22	60
6	02:30	55
7	03:15	40
8	02:20	35
9	01:49	65
10	02:00	50
11	03:13	45
12	02:45	75
13	07:15	25
14	01:55	60
15	01:01	55
16	06:45	80
17	01:40	45
18	04:02	65
19	02:18	15
20	03:00	50

Определите, сколько времени (в секундах) потребуется для выполнения всех задач. Время запуска задач и другие накладные расходы не учитываются.

Решение

На первом шаге необходимо отсортировать все процессы по времени выполнения от наименьшего до наибольшего.

№ задачи	Время выполнения	В секундах	Загрузка ЦП
15	1:01	61	55
4	1:15	75	20
17	1:40	100	45
9	1:49	109	65
14	1:55	115	60
10	2:00	120	50

2	2:15	135	50
19	2:18	138	15
8	2:20	140	35
6	2:30	150	55
12	2:45	165	75
20	3:00	180	50
11	3:13	193	45
7	3:15	195	40
1	3:20	200	40
18	4:02	242	65
3	5:24	324	70
16	6:45	405	80
13	7:15	435	25
5	9:22	562	60

Далее необходимо распределить все задачи по времени с учетом возможности параллельного выполнения.

Отсчет времени	Событие	Длительность события (секунды)	Требуемая загрузка ЦП	Общая загрузка ЦП
0 с	Запуск задачи 15	61	55	55
0 с	Запуск задачи 4	75	20	$55+20 = 75$
61 с	Завершение задачи 15			20
61 с	Запуск задачи 17	100	45	$20+45=65$
75 с	Завершение задачи 4			45
161 с	Завершение задачи 17			0
161 с	Запуск задачи 9	109	65	65
270 с	Завершение задачи 9			0
270 с	Запуск задачи 14	115	60	60
385 с	Завершение задачи 14			0
385 с	Запуск задачи 10	150	50	50
505 с	Завершение задачи 10			0
505 с	Запуск задачи 2	135	50	50
505 с	Запуск задачи 19	138	15	$50+15 = 65$
640 с	Завершение задачи 2			15
640 с	Запуск задачи 8	140	35	$15+35 = 50$
643 с	Завершение задачи 19			35
643 с	Запуск задачи 6	150	55	$35+55 = 90$
780 с	Завершение задачи 8			55
793 с	Завершение задачи 6			0
793 с	Запуск задачи 12	165	75	75
958 с	Завершение задачи 12			0
958 с	Запуск задачи 20	180	50	50
1138 с	Завершение задачи 20			0
1138 с	Запуск задачи 11	193	45	45
1138 с	Запуск задачи 7	195	40	$45+40=85$

1331 с	Завершение задачи 11			40
1331 с	Запуск задачи 1	200	40	40+40=80
1333 с	Завершение задачи 7			40
1531 с	Завершение задачи 1			0
1531 с	Запуск задачи 18	242	65	65
1773 с	Завершение задачи 18			0
1773	Запуск задачи 3	324	70	70
2097 с	Завершение задачи 3			0
2097 с	Запуск задачи 16	405	80	80
2502 с	Завершение задачи 16			0
2502 с	Запуск задачи 13	435	25	25
2502 с	Запуск задачи 5	562	60	25+60=85
2937 с	Завершение задачи 13			60
3064 с	Завершение задачи 5			0

Обработка всех процессов займет 3064 секунды.

Ответ: 3064 секунды.

Вариант 2

В операционной системе планировщик формирует очередь выполнения задач по ближайшему времени завершения. В первую очередь запускается задача, на выполнение которой требуется меньше всего времени, а самые длительные задачи выполняются в последнюю очередь. Задачи из очереди могут запускаться одновременно при условии, что общая нагрузка ЦП не будет превышать 90% ($\leq 90\%$). Если следующая из очереди задача не может быть запущена из-за загрузки ЦП, она не может быть пропущена. Она сможет запуститься только после завершения предыдущих задач и снижения нагрузки на ЦП.

В таблице представлен список всех запланированных задач со сроком выполнения (в формате минуты:секунды) и нагрузкой на ЦП (в процентах).

№ задачи	Время выполнения	Загрузка ЦП
1	04:02	50
2	01:17	45
3	02:55	55
4	03:00	60
5	04:10	40
6	01:00	65
7	02:24	60
8	01:39	70
9	03:24	35
10	01:22	40
11	02:45	35
12	04:06	80
13	01:18	75
14	02:29	30

15	03:30	50
16	01:10	45
17	06:14	85
18	02:11	65
19	01:50	35
20	02:36	70

Определите, сколько времени (в секундах) потребуется для выполнения всех задач. Время запуска задач и другие накладные расходы не учитываются.

Решение

На первом шаге необходимо отсортировать все процессы по времени выполнения от наименьшего до наибольшего.

№ задачи	Время выполнения	В секундах	Загрузка ЦП
6	1:00	60	65
16	1:10	70	45
2	1:17	77	45
13	1:18	78	75
10	1:22	82	40
8	1:39	99	70
19	1:50	110	35
18	2:11	131	65
7	2:24	144	60
14	2:29	149	30
20	2:36	156	70
11	2:45	165	35
3	2:55	175	55
4	3:00	180	60
9	3:24	204	35
15	3:30	210	50
1	4:02	242	50
12	4:06	246	80
5	4:10	250	40
17	6:14	374	85

Далее необходимо распределить все задачи по времени с учетом возможности параллельного выполнения.

Далее необходимо распределить все процессы по времени

Время	Процессы	Загрузка ЦП
60 секунд	6	65
70 секунд	16,2	90
7 секунд	2	45
78 секунд	13	75
82 секунды	10	40
99 секунд	8	70
110 секунд	19	35
131 секунда	18	65
144 секунды	7,14	90

5 секунд	14	30
156 секунд	20	70
165 секунд	11,3	90
10 секунд	3	55
180 секунд	4	60
204 секунды	9,15	85
6 секунд	15	50
242 секунды	1	50
246 секунд	12	80
250 секунд	5	40
374 секунды	17	85

Обработка всех процессов займет 2619 секунд.

Ответ: 2619 секунд.

Задача 3. Хеш-пароль

Вариант 1

Администратор Петр забыл пароль от своей учетной записи. Но у него имеется документ с предыдущими паролями. Из системы ему удалось получить сохраненные хеш-строки предыдущих паролей, которые Петр сопоставил с имеющимися у него паролями (см. таблицу).

Пароль	Хеш-строка
welc0mehome222	ap8f9dpwudp777
h1st0ryb00k	w8yc9xzo99t
n4tur3phot0graphy	n5ckx6bwuc9rxhbwz
cod3c0mplete	fus6f9dbepcp
???	n6aycxunrb5yua9xs

Политикой безопасности системы предусмотрено, что пароль может содержать только строчные латинские буквы и цифры 0-9.

На основании представленных паролей и их хеш-строк определите алгоритм хеширования и восстановите пароль.

Решение

Если внимательно посмотреть на пароли и их хеш-строки, то можно отметить, что:

- длина пароля и длина хеш-строки совпадают;
- буквы пароля заменяются на буквы в хеш-строке, а цифры – на цифры соответственно;
- одна и та же буква/цифра в пароле всегда соответствует одной и той же букве/цифре в хеш-строке.

Отсюда можно сделать вывод о том, что хеш-строка была получена методом подстановки, где каждый символ пароля заменяется на некоторый фиксированный символ. Используя имеющиеся пароли и хеш-строки, можно восстановить часть алфавита.

Оригинальный алфавит	Алфавит для шифрования
w	a
e	p
c	f
m	d
h	w
o	u
s	y
t	c
r	x
y	z
k	t
n	n
u	k
p	b
g	r
a	h
d	s
l	e
0	9
1	8
2	7
3	6
4	5

С помощью полученной части алфавита можно восстановить исходный пароль, все необходимые символы у нас есть.

n6aycxunrb5yya9xs – n3wstrongp4ssw0rd

Ответ: n3wstrongp4ssw0rd

Вариант 2

Администратор Петр забыл пароль от своей учетной записи. Но у него имеется документ с предыдущими паролями. Из системы ему удалось получить сохраненные хеш-строки предыдущих паролей, которые Петр сопоставил с имеющимися у него паролями (см. таблицу).

Пароль	Хеш-строка
wllllamsh4k3sp3are	e1pplykwz4t3wv3yrx
crypt0n1t3	frdva0i1a3
b10ckh4int4b13	lp0ftz4qia4lp3
am0rt1zedqu3u3	yk0ra1hxobg3g3
???	be3rad1zxpp0e0rpo

Политикой безопасности системы предусмотрено, что пароль может содержать только строчные латинские букв и цифры 0-9.

На основании представленных паролей и их хеш-строк определите алгоритм хеширования и восстановите пароль.

Решение

Если внимательно посмотреть на пароли и их хеш-строки, то можно отметить, что:

- длина пароля и длина хеш-строки совпадают;
- буквы пароля заменяются на буквы в хеш-строке, а цифры – на цифры соответственно;
- одна и та же буква/цифра в пароле всегда соответствует одной и той же букве/цифре в хеш-строке.

Отсюда можно сделать вывод о том, что хеш-строка была получена методом подстановки, где каждый символ пароля заменяется на некоторый фиксированный символ. Используя имеющиеся пароли и хеш-строки, можно восстановить часть алфавита.

Оригинальный алфавит	Алфавит для шифрования
w	e
l	p
a	y
m	k
s	w
h	z
k	t
p	v
r	r
e	x
c	f
y	d
t	a
b	l
i	q
n	i
z	h

d	o
q	b
u	g
0	0
1	1
3	3
4	4

С помощью полученной части алфавита можно восстановить исходный пароль, все необходимые символы у нас есть.

be3rad1zxpp0e0rpo - qw3rty1hell0w0rld

Ответ: qw3rty1hell0w0rld

Задача 4. Номер телефона

Вариант 1

На конференции Николай познакомился с руководителем компании, в которой всегда мечтал работать, и взял у него визитную карточку. Но через некоторое время обнаружил, что потерял её. Николай запомнил код оператора и некоторые особенности остальной части номера телефона, состоящей из 7 цифр:

– первые три цифры номера представляют собой арифметическую прогрессию с шагом, не равным 0 (арифметической прогрессией называют числовую последовательность, каждый последующий член которой равен предшествующему, сложенному с одним и тем же числом – шагом прогрессии);

– последние три цифры являются перестановкой первых трёх цифр, но не равны им (то есть те же самые цифры, но в другом порядке);

– цифра посередине номера не равна ни одной из цифр в первой и последней тройке.

Сколько номеров придется перебрать Николаю, чтобы гарантированно узнать номер телефона, который был указан на визитке?

Решение

Способ 1. Аналитический

Известно, что номер телефона состоит из цифр от 0 до 9.

Найдем все возможные комбинации для первых трех чисел. В условии не указано является ли арифметическая прогрессия возрастающей или убывающей, поэтому будет рассматривать оба случая.

Шаг 1: 012, 123, 234, 345, 456, 567, 678, 789

Шаг 2: 024, 135, 246, 357, 468, 579

Шаг 3: 036, 147, 258, 369

Шаг 4: 048, 159

Шаг -1: 987, 876, 765, 654, 543, 432, 321, 210

Шаг -2: 975, 864, 753, 642, 531, 420

Шаг -3: 963, 852, 741, 630

Шаг -4: 951, 840

Всего комбинаций – 40.

Последние три цифры являются перестановкой первых трех цифр. Всего возможно 6 перестановок для любой комбинации из 3 неповторяющихся цифр. В нашем случае их может быть 5, потому что по условию последние цифры повторяют только значения первых трех, но не их порядок.

Средняя цифра может принимать одно из 7 значений, не равное цифрам из первой и второй тройки.

Таким образом, общее число номеров $40 \cdot 5 \cdot 7 = 1400$.

Способ 2. Программный

Напишем программу, которая формирует арифметическую прогрессию из трех цифр так, чтобы все значения прогрессии были меньше 10 и больше либо равны 0. Учтем, что прогрессия может быть как возрастающей, так и убывающей.

Всего комбинаций – 40.

Последние три цифры являются перестановкой первых трех цифр. Всего возможно 6 перестановок для любой комбинации из 3 неповторяющихся цифр. В нашем случае их может быть 5, потому что по условию последние цифры повторяют только значения первых трех, но не их порядок.

Средняя цифра может принимать одно из 7 значений, не равное цифрам из первой и второй тройки. Таким образом, общее число номеров $40 \cdot 5 \cdot 7 = 1400$.

Ответ: $1400 - 1 = 1399$.

Вариант 2

На конференции Николай познакомился с руководителем компании, в которой всегда мечтал работать, и взял у него визитную карточку. Но через некоторое время обнаружил, что потерял её. Николай запомнил код оператора и некоторые особенности остальной части номера телефона, состоящей из 7 цифр:

- первые три цифры являются последовательностью неповторяющихся четных чисел;
- последние три цифры являются перестановкой первых трёх цифр, но не равны им (то есть те же самые цифры, но в другом порядке);
- цифра посередине номера не равна ни одной из цифр в первой и последней тройке.

Сколько номеров придется перебрать Николаю, чтобы гарантированно узнать номер телефона, который был указан на визитке?

Решение

Способ 1. Аналитический

Известно, что номер телефона состоит из цифр от 0 до 9.

Найдем все возможные комбинации для первых трех цифр. Всего нечетных цифр 5 (0,2,4,6,8). Количество комбинаций из неповторяющихся трех цифр равно $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Последние три цифры являются перестановкой первых трех цифр. Всего возможно 6 перестановок для любой комбинации из 3 неповторяющихся цифр. В нашем случае их может быть 5, потому что по условию последние цифры повторяют только значения первых трех, но не их порядок.

Средняя цифра может принимать одно из 7 значений, не равное цифрам из первой и второй тройки.

Таким образом, общее число номеров $60 \cdot 5 \cdot 7 = 2100$.

Способ 2. Программный

Напишем программу, которая формирует последовательность из трех четных неповторяющихся цифр.

Результат работы программы:

024, 026, 028, 042, 046, 048, 062, 064, 068, 082, 084, 086, 204, 206, 208,
240, 246, 248, 260, 264, 268, 280, 284, 286, 402, 406, 408, 420, 426, 428,
460, 462, 468, 480, 482, 486, 602, 604, 608, 620, 624, 628, 640, 642, 648,
680, 682, 684, 802, 804, 806, 820, 824, 826, 840, 842, 846, 860, 862, 864

Всего комбинаций – 60

Последние три цифры являются перестановкой первых трех цифр. Всего возможно 6 перестановок для комбинации из 3 чисел. В нашем случае их может быть 5, потому что по условию последние цифры повторяют только значения первых трех, но не их порядок.

Средняя цифра может принимать одно из 7 значений, не равное цифрам из первой и второй тройки. Таким образом, общее число номеров $60 \cdot 5 \cdot 7 = 2100$.

Ответ: 2100-1 = 2099.

Задача 5. Скидка

Вариант 1

Магазин придумал свою систему скидок на весь 2024 год. Скидка (в процентах) вычисляется на основе даты по следующей формуле:

$$C = \frac{(D\%10) * (M\%3) * C_D}{M + (\text{mod}(30 - N) + 1)}$$

где

D – день месяца (от 1 до 28..31 в зависимости от месяца);

M – порядковый номер месяца (от 1 до 12);

N – порядковый номер текущей недели в году (от 1 до 53);

mod – функция модуля числа;

C_D – размер скидки в зависимости от дня недели.

Скидка по дням недели распределяется следующим образом:

Понедельник – 25%

Вторник – 22%

Среда – 19%

Четверг – 13%

Пятница – 24%

Суббота – 16%

Воскресенье – 18%

Скидка является целым числом и при вычислении всегда округляется в меньшую сторону. Определите, в какие дни 2024 года будет самая высокая скидка и чему она равна. В ответе укажите дату и размер скидки.

Решение

Листинг программы, осуществляющий перебор всех дат.

Листинг на языке C++	Листинг на языке Python
<pre>#include <iostream> #include <iomanip> using namespace std; int main() { // день, месяц, счетчик дней int D, M, dayNumber = 0; // число дней в месяцах int daysInMonth[12] = { 31, 29, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 }; // день недели (0..6) int weekNumber; // скидка по дням недели int weekDayDisc[7] = { 25, 22, 19, 13, 24, 16, 18 }; // общая скидка double disc, discMax = 0; // цикл по месяцам for (M = 1; M < 13; M++) { // цикл по дням в месяце for (D=1; D<daysInMonth[M-1]+1; D++) { // счетчик дней в году dayNumber++;</pre>	<pre># число дней в месяцах days_in_month = [31, 29, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31] # скидка по дням недели weekDayDisc = [25, 22, 19, 13, 24, 16, 18] # максимальная скидка discMax = 0 # день в году dayNumber = 0 # цикл по месяцам for M in range(1, 13): # цикл по дням в месяце for D in range(1, days_in_month[M-1] + 1): # счетчик дней в году dayNumber += 1 # номер недели в году weekNumber = dayNumber // 7 + 1 # вычисление скидки по формуле disc = int(((D % 10) * (M % 3) * weekDayDisc_v1[dayNumber % 7]) / (M + (abs(30 - weekNumber) + 1))) # сравнение с сохраненной # максимальной скидкой # и перезапись, если</pre>

<pre>// счетчик недель в году weekNumber = dayNumber / 7 + 1; // вычисление скидки по формуле disc = ((D % 10) * (M % 3) * weekDayDisc[dayNumber%7]) / (M + (abs(30-weekNumber) + 1)); // сравнение с сохраненной // максимальной скидкой // и перезапись, если // текущая скидка больше if (disc >= discMax) { discMax = disc; // вывод на экран даты и скидки cout << "Discount:" << disc << " - Date: " << D << "." << M << " (" << dayNumber << ")" << " dow: " << (dayNumber % 7) + 1 << endl; } } }</pre>	<pre># текущая скидка больше if disc >= discMax: discMax = disc; # вывод на экран даты и скидки print(f"Discount: {disc} - Date: {D}.{M} ({dayNumber}) dow: {dayNumber%7+1}")</pre>
--	--

Результат работы программы:

```
Discount:0 - Date: 01.01 (1) dow: 2
Discount:1 - Date: 02.01 (2) dow: 3
Discount:1 - Date: 03.01 (3) dow: 4
Discount:3 - Date: 04.01 (4) dow: 5
Discount:3 - Date: 06.01 (6) dow: 7
Discount:5 - Date: 07.01 (7) dow: 1
Discount:5 - Date: 08.01 (8) dow: 2
Discount:5 - Date: 09.01 (9) dow: 3
Discount:6 - Date: 18.01 (18) dow: 5
Discount:7 - Date: 28.01 (28) dow: 1
Discount:7 - Date: 29.01 (29) dow: 2
Discount:7 - Date: 04.02 (35) dow: 1
Discount:8 - Date: 05.02 (36) dow: 2
Discount:8 - Date: 06.02 (37) dow: 3
Discount:14 - Date: 08.02 (39) dow: 5
Discount:16 - Date: 18.02 (49) dow: 1
Discount:18 - Date: 29.02 (60) dow: 5
Discount:25 - Date: 09.05 (130) dow: 5
Discount:30 - Date: 19.05 (140) dow: 1
Discount:34 - Date: 08.08 (221) dow: 5
```

Ответ: Самая большая скидка будет 34% 08 августа 2024 года (пятница)

Вариант 2

Магазин придумал свою систему скидок на весь 2024 год. Скидка (в процентах) вычисляется на основе даты по следующей формуле:

$$C = \frac{(D\%10) * (M\%3) * C_D}{M + (mod(30 - H) + 1)}$$

где

D – день месяца (от 1 до 28..31 в зависимости от месяца);

M – порядковый номер месяца (от 1 до 12);

H – порядковый номер текущей недели в году (от 1 до 53);

mod – функция модуля числа;

C_d – размер скидки в зависимости от дня недели.

Скидка по дням недели распределяется следующим образом:

Понедельник – 23%

Вторник – 20%

Среда – 18%

Четверг – 20%

Пятница – 15%

Суббота – 17%

Воскресенье – 21%

Скидка является целым числом и при вычислении всегда округляется в меньшую сторону.

Определите, в какие дни 2024 года будет самая высокая скидка и чему она равна. В ответе укажите дату и размер скидки.

Решение

Листинг программы, осуществляющий перебор всех дат.

Листинг на языке C++	Листинг на языке Python
<pre>#include <iostream> #include <iomanip> using namespace std; int main() { // день, месяц, счетчик дней int D, M, dayNumber = 0; // число дней в месяцах int daysInMonth[12] = { 31, 29, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31 }; // день недели (0..6) int weekNumber; // скидка по дням недели int weekDayDisc[7] = { 23, 20, 18, 20, 15, 17, 21 }; // общая скидка double disc, discMax = 0; // цикл по месяцам for (M = 1; M < 13; M++) { // цикл по дням в месяце for (D=1; D<daysInMonth[M-1]+1; D++) { // счетчик дней в году dayNumber++; // счетчик недель в году weekNumber = dayNumber / 7 + 1; // вычисление скидки по формуле disc = ((D % 10) * (M % 3) * weekDayDisc[dayNumber%7]) / (M + (abs(30-weekNumber) + 1)); // сравнение с сохраненной // максимальной скидкой // и перезапись, если // текущая скидка больше if (disc >= discMax) { discMax = disc; } // вывод на экран даты и скидки </pre>	<pre># число дней в месяцах days_in_month = [31, 29, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31] # скидка по дням недели weekDayDisc = [23, 20, 18, 20, 15, 17, 21] # максимальная скидка discMax = 0 # день в году dayNumber = 0 # цикл по месяцам for M in range(1, 13): # цикл по дням в месяце for D in range(1, days_in_month[M-1] + 1): # счетчик дней в году dayNumber += 1 # номер недели в году weekNumber = dayNumber // 7 + 1 # вычисление скидки по формуле disc = int(((D % 10) * (M % 3) * weekDayDisc_v1[dayNumber % 7]) / (M + (abs(30 - weekNumber) + 1))) # сравнение с сохраненной # максимальной скидкой # и перезапись, если # текущая скидка больше if disc >= discMax: discMax = disc; # вывод на экран даты и скидки print(f"Discount: {disc} - Date: {D}.{M} ({dayNumber}) dow: {dayNumber%7+1}") </pre>

```
        cout << "Discount:" << disc <<
" - Date: " << D << "." << M << " (" <<
dayNumber << ")" << " dow: " <<
(dayNumber % 7) + 1 << endl;
    }
}
}
```

Результат работы программы:

Discount:0 - Date: 01.01 (1) dow: 2
Discount:1 - Date: 02.01 (2) dow: 3
Discount:1 - Date: 03.01 (3) dow: 4
Discount:1 - Date: 04.01 (4) dow: 5
Discount:2 - Date: 05.01 (5) dow: 6
Discount:4 - Date: 06.01 (6) dow: 7
Discount:5 - Date: 07.01 (7) dow: 1
Discount:5 - Date: 08.01 (8) dow: 2
Discount:5 - Date: 09.01 (9) dow: 3
Discount:5 - Date: 19.01 (19) dow: 6
Discount:5 - Date: 27.01 (27) dow: 7
Discount:6 - Date: 28.01 (28) dow: 1
Discount:6 - Date: 29.01 (29) dow: 2
Discount:6 - Date: 04.02 (35) dow: 1
Discount:7 - Date: 05.02 (36) dow: 2
Discount:8 - Date: 06.02 (37) dow: 3
Discount:10 - Date: 07.02 (38) dow: 4
Discount:11 - Date: 09.02 (40) dow: 6
Discount:11 - Date: 17.02 (48) dow: 7
Discount:14 - Date: 18.02 (49) dow: 1
Discount:14 - Date: 19.02 (50) dow: 2
Discount:14 - Date: 06.05 (127) dow: 2
Discount:14 - Date: 07.05 (128) dow: 3
Discount:18 - Date: 08.05 (129) dow: 4
Discount:21 - Date: 18.05 (139) dow: 7
Discount:27 - Date: 19.05 (140) dow: 1
Discount:27 - Date: 09.08 (222) dow: 6
Discount:28 - Date: 18.08 (231) dow: 1

Ответ: Самая большая скидка будет 28% 18 августа 2024 года (понедельник)